www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail

ESCC ECOLE SUPERIEURE DE COMMERCE DE COMPIEGNE
Association loi 1901 - 6 avenue Thiers - 60200 COMPIEGNE - Tél: 44.40.29.32.
Etablissement d'enseignement supérieur technique privé - mixte

---

CONCOURS D'ADMISSION 1989

MATHEMATIQUES I — Option : Générale — Coefficient : 4

Mardi 9 mai 1989 de 15 H 30 à 18 H 30

Des points sont réservés à la présentation de la copie.

On demande :
1° une écriture lisible,
2° de séparer les questions,
3° de mettre en évidence les résultats,
4° d'éviter de recopier les calculs évidents,
5° d'éviter les longueurs inutiles.

DEFINITIONS

1° On donne le système d'équations :

$$\begin{cases} (x-1)(x+2)+yz = 0 & (1) \\ (x+t+1)\,y = 0 & (2) \\ (x+t+1)\,z = 0 & (3) \\ (t-1)(t+2)+yz = 0 & (4) \end{cases}$$

où x, y, z et t sont des inconnues réelles.

Les solutions de ce système seront présentées sous forme de matrices du type : $M = \begin{pmatrix} x & z \\ y & t \end{pmatrix}$

- On note S l'ensemble des matrices solutions et M^n les puissances de M avec n entier naturel.

- Pour $M \neq 0$, on rappelle que $M^0 = I$ avec :

$$0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- On donne $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -10 & -4 \end{pmatrix}$

2° La suite u est définie par : $u_0 = 0$; $u_1 = 1$

et pour n entier naturel par : $u_{n+2} + u_{n+1} - 2u_n = 0$

3° Pour n et p entiers naturels, les coefficients K_n^p sont définis par :

$K_0^0 = 1$

$K_{n+1}^p = K_n^{p-2} + K_n^{p-1} - 2K_n^p$ pour $0 \leq p \leq 2n$

avec la convention $K_n^p = 0$ pour $p > 2n$ ou $p < 0$.

4° Pour n entier naturel, les polynômes P_n de la variable réelle x sont définis par :

$$P_n(x) = \sum_{p=0}^{2n} K_n^p \cdot x^p$$

en écrivant $P_n(x)$ suivant les puissances de $(x-1)$.

On définit les coefficients H_n^p à l'aide de

$$P_n(x) = \sum_{p=0}^{2n} H_n^p \cdot (x-1)^p$$

5° Pour n entier naturel, on note l'intégrale :

$$I_n = \int_{-2}^{1} (x^2+x-2)^n \, dx$$

TSVP

PARTIE 1

1° Calculer les termes u_2 , u_3 et u_4 de la suite u.

2° Montrer que cette suite est définie et unique.

3° Résoudre la suite u.

PARTIE 2

1° Résoudre le système d'équations dans le cas particulier:

$$x + t + 1 \neq 0$$

2° Lorsque $x + t + 1 = 0$, résoudre le système pour :

a) $y = 0$

b) $z = 0$

c) $y \neq 0$ et $z \neq 0$

3° En déduire l'ensemble S des matrices M, solutions du système.

4° Pour M élément de S, calculer $M^2 + M - 2I$ (1)

5° Montrer que A est élément de S.

6° En utilisant la relation (1), montrer que A^n peut s'écrire sous la forme $\alpha_n.A + \beta_n.I$

où α_n et β_n sont les termes généraux de deux suites réelles α et β

7° Calculer α_0 et α_1

Déterminer une relation de récurrence entre α_{n+2} , α_{n+1} et α_n .

8° En déduire l'expression de A^n en fonction de A, I et n.

PARTIE 3

1° Calculer les coefficients K_n^p pour n = 1, n = 2 et n = 3 .

2° Calculer la somme : $\sum_{p=0}^{2n} K_n^p$.

3° Calculer $P_n(1)$ et $P_n(-2)$.

4° Pour $x \neq 1$ et $x \neq -2$, exprimer $P_{n+1}(x)$ en fonction de $P_n(x)$ et x .

5° Montrer que la suite des polynômes P_n est géométrique.

6° Exprimer $P_n(x)$ en fonction de x et n .

7° Calculer les coefficients H_n^p en fonction de n et p .

PARTIE 4

1° Déterminer les constantes a, b et c telles que, pour x réel :

$$2x^2 + x = a(x^2 + x - 2) + b(2x + 1) + c$$

2° Calculer I_0 et I_1 .

3° Par une intégration par parties, déterminer une relation de récurrence entre I_{n+2} et I_n .

4° En déduire l'expression de I_n en fonction de n .

5° Calculer la limite de $\frac{C_{2n}^n \cdot I_n}{3^{2n+1}}$ quand n tend vers $+\infty$.

PARTIE 5

On considère la série de terme général $P_n(x)$

1° Pour quelles valeurs de x cette série est-elle convergente ?

2° Calculer dans ce cas :

$$\sum_{n=0}^{+\infty} P_n(x) = S(x)$$

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail